

# Mathématiques

Maturité commerciale - Examen 2002

## Directives

- Toutes les feuilles, y compris les feuilles de brouillon, doivent être rendues avec le nom du candidat. Les feuilles de données doivent également être rendues à la fin de l'examen.
- Chaque problème doit commencer sur une nouvelle page. La présentation des solutions sera prise en compte.
- Les problèmes peuvent être traités dans n'importe quel ordre, pour autant que les numéros soient clairement indiqués.
- Tous les calculs et raisonnements doivent figurer sur la copie définitive. Une réponse non justifiée **ne sera pas prise en considération**.
- Le formulaire de l'école, ainsi qu'une machine à calculer sans écran graphique et non programmable sont autorisés.
- La durée de l'examen est de 3 heures.

### Dotation des problèmes :

Problème 1 : 10 points

Problème 2 : 9 points

Problème 3 : 6 points

Problème 4 : 6 points

Problème 5 : 8 points

Problème 6 : 9 points

Présentation : 2 points

**BON TRAVAIL !**

### Problème 1 Calcul littéral, équations

Effectuer, simplifier au maximum.

$$\text{a) } \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 9} \div \frac{x^2 - 2x}{x + 3}$$

$$\text{b) } \frac{y^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{y} \cdot y^{-5}}{y^{\frac{5}{3}} \cdot (y^{-2})^4 \cdot y^{\frac{1}{2}}}$$

Résoudre les équations suivantes.

$$\text{c) } \frac{2x + 5}{3 - 2x} = \frac{4 - x}{x + 1}$$

$$\text{d) } x^4 - x^2 - 12 = 0$$

$$\text{e) } \log_5(8x - 7) - \log_5(x + 1) = 1$$

### Problème 2 Fonctions

On donne les fonctions  $f$  et  $g$  par leurs expressions fonctionnelles.

$$f(x) = x^2 - 3x - 5 \qquad g(x) = -\frac{5}{2}x - \frac{7}{2}$$

- Représenter graphiquement les fonctions  $f$  et  $g$  dans un même repère (échelle : 2 carreaux pour une unité).
- Par calcul**, déterminer le(s) point(s) d'intersection de ces deux fonctions.
- Déterminer la réciproque de la fonction  $g$ .
- Déterminer la composée  $g \circ f$ .

### Problème 3 Système linéaire d'inéquations

Résoudre graphiquement le système suivant.

$$\begin{cases} x - 2 > 0 \\ y \geq 0 \\ x - y < 4 \\ x + 2y \leq 16 \end{cases}$$

#### Problème 4

#### Équations linéaires

Dans le même magasin, trois amis ont acheté les mêmes types d'articles :

- Arthur a acheté 1 feutre, 1 stylo à bille et 1 marqueur pour 7 francs,
- Barnabé a acheté 5 feutres, 6 stylos à bille et 2 marqueurs pour 26 francs,
- Coralie a acheté 3 feutres, 4 stylos à bille et 1 marqueur pour 15.50 francs.

Quel est le prix de chaque article ?

#### Problème 5

#### Intérêts composés

Esther et Éric placent de l'argent sur un compte d'épargne à intérêts composés.

- a) Esther place 5000 francs au taux annuel de 4%. Quelle sera sa fortune après 15 années de placement ?
- b) Si Esther patiente assez longtemps, elle disposera de 13'862.35 francs sur son compte. Après combien d'années de placement ?
- c) Mais Esther aurait voulu que son capital triple en 20 ans. À quel taux d'intérêts aurait-elle dû le placer ?
- d) Éric, quant à lui, verse 500 francs le premier janvier de chaque année sur un compte d'épargne au même taux annuel de 4%. Quelle somme aura-t-il amassé à la fin de 15 années de placement ?

### Problème 6                    À propos de bénéfice...

Une entreprise fabrique des marteaux et des faucilles.

Au département “marteaux”, les coûts mensuels de production (exprimés en francs) sont donnés par la fonction

$$C(x) = 0,01x^2 + 23x + 2444$$

où  $x$  représente le nombre de marteaux produits.

Les marteaux sont vendus 35 francs pièce.

- a) Déterminer la formule qui calcule le bénéfice mensuel  $B(x)$  du département “marteaux” en fonction du nombre  $x$  de marteaux produits et vendus.
- b) Quel est le nombre minimal de marteaux que l’entreprise doit vendre par mois pour réaliser un bénéfice ?

Au département “faucilles”, le bénéfice mensuel est donné par

$$b(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 325x - 75'000$$

où  $x$  représente le nombre de faucilles produites et vendues.

- c) Combien de faucilles l’entreprise doit-elle vendre (par mois) pour que son bénéfice mensuel soit maximal ? Quel est ce bénéfice maximal ?
- d) Combien de faucilles l’entreprise doit-elle vendre (par mois) pour réaliser un bénéfice mensuel supérieur à 20'000 francs ?