

Ecole supérieure de commerce Delémont

Examens de maturité commerciale 2006

Voie longue

Mathématiques

Directives

- *Toutes les feuilles, y compris les feuilles de brouillon, doivent être rendues avec le nom du candidat. Les feuilles de données doivent également être rendues à la fin de l'examen.*
- *Chaque problème doit commencer **sur une nouvelle page**.*
La présentation des solutions sera prise en compte.
- *Les problèmes peuvent être résolus dans n'importe quel ordre, pour autant que les numéros soient clairement indiqués.*
- *Tous les calculs et raisonnements doivent figurer sur la copie définitive.*
Une réponse non justifiée ne sera pas prise en considération.
- *Le formulaire de l'école, ainsi qu'une calculatrice sans écran graphique et non programmable sont autorisés.*
- *La durée de l'examen est de 3 heures.*

Dotation des problèmes

<i>Problème 1:</i>	<i>6 points</i>	<i>Problème 4:</i>	<i>7 points</i>
<i>Problème 2:</i>	<i>8 points</i>	<i>Problème 5:</i>	<i>8 points</i>
<i>Problème 3:</i>	<i>6 points</i>	<i>Problème 6:</i>	<i>15 points</i>

Bon travail à tous!

1) **Équations et inéquations**

a) $3 \cdot 4^{x-10} = 49152$

b) $500 = 2000 \cdot (1 - 0,8 \cdot e^{-0,03x})^2$

c) À l'aide d'un tableau des signes, résoudre:

$$\frac{7-x}{2x+10} \geq 0$$

2) **Limites et dérivées**

Déterminer les limites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 6x - 16}{x^2 - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x}$

Déterminer $f'(x)$:

c) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$

d) $f(x) = x^2 \cdot e^x$

3) **Tangente à une courbe, fonction réciproque**a) Considérons l'hyperbole d'équation $y = \frac{2}{1-x}$.Déterminer l'équation de la tangente à cette hyperbole au point d'abscisse $x = 3$.b) Déterminer la fonction réciproque de la fonction $f(x) = \frac{2}{1-x}$.

4) Intérêts composés:

- a) Un capital de CHF 10'000 a été placé sur un compte d'épargne (intérêts composés).
Après 12 ans de placement ce capital s'élève à CHF 13'060.50.
Quel a été le le taux d'intérêt?
- b) Combien d'années faudrait-il placer un capital initial de CHF 10'000 au taux d'intérêt de 1,75% (intérêts composés) jusqu'à ce qu'il aie augmenté de 50%?
- c) À partir du premier janvier 2001, on paie chaque année (toujours le premier janvier) le montant de CHF 700 sur un compte d'épargne. (Taux 2% , intérêts composés.)
Quel sera le capital sur ce compte le 31 décembre 2015?

5) Programmation linéaire

Pour financer son voyage d'études, une classe décide de confectionner des biscuits et de les vendre au marché. Manon et Julien, deux élèves de la classe, confectionneront des sablés belges et des bâtons aux noisettes, qu'ils vendront par paquets.

Pour confectionner un paquet de sablés, il faut 60 g de sucre, 60 g de farine et 20 g de beurre.

Pour un paquet de bâtons aux noisettes, il faut 40 g de sucre, 60 g de farine, 10 g de beurre et 50 g de noisettes.

Anatole et Bérengère disposent de 800 g de sucre, de 960 g de farine, de 260 g de beurre et de 500 g de noisettes.

Le bénéfice réalisé sera de 6.- sur chaque paquet de sablés belges et de 5.- sur chaque paquet de bâtons aux noisettes. (On suppose que tous les paquets produits seront vendus.)

- a) Écrire les contraintes sous forme d'un système d'inéquations à deux inconnues.
(x : le nombre de paquets de sablés, y : le nombre de paquets de bâtons aux noisettes)
- b) Résoudre graphiquement ce système et déterminer les coordonnées des sommets du polygone des contraintes.
- c) Déterminer le nombre de paquets que Manon et Julien devraient produire pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal?

6) **Étude d'une fonction**

Considérons la fonction $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{2(x-3)}$

- a) Étudier les propriétés générales de f : Ensemble de définition et parité.
- b) Déterminer les équations des asymptotes de f .
(Asymptote(s) verticale(s), asymptote affine).
- c) Déterminer les points d'intersection avec les axes: Zéro(s) et ordonnée à l'origine.
- d) Étudier le signe de f .
- e) Montrer que $f'(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{2(x-3)^2}$.
- f) Étudier la croissance de f .
- g) Sachant que $f''(x) = \frac{4}{(x-3)^3}$, étudier la courbure de f .
(Il n'est pas demandé de calculer f'' !)
- h) Étudier la position du graphe de f par rapport à son asymptote affine.
- i) Représenter graphiquement la fonction f sur la feuille ci-jointe.

