Ecole supérieure de commerce Delémont

Examens de maturité commerciale 2007

MATHÉMATIQUE

Directives

- *Toutes les feuilles, y compris les feuilles de brouillon, doivent être rendues avec le nom du candidat. Les feuilles de données doivent également être rendues à la fin de l'examen.*
- *Chaque problème doit commencer* ***sur une nouvelle page****.*
  La présentation des solutions sera prise en compte*.*
- *Les problèmes peuvent être résolus dans n'importe quel ordre, pour autant que les numéros soient clairement indiqués.*
- *Tous les calculs et raisonnements doivent figurer sur la copie définitive.*
  Une réponse non justifiée ne sera pas prise en considération*.*
- *Le formulaire de l'école, ainsi qu'une calculatrice sans écran graphique et non programmable sont autorisés.*
- *La durée de l'examen est de 3 heures.*

Dotation des problèmes

Problème 1:	*8 points*	*Problème 4:*	*10 points*
Problème 2:	*16 points*	*Problème 5:*	*10 points*
Problème 3:	*6 points*		

Bon travail à tous!

1) **Résoudre:**

a) $4x^4 + 35x^2 - 9 = 0$

b) $x + \sqrt{7 - 3x} = 7 + 2x$

c) $2^x = 7^{x-2}$

d) $50 = \dfrac{100}{1 + 300e^{-0,2x}}$

2) **Fonctions.**

Considérons les trois fonctions suivantes:

$f(x) = -\dfrac{1}{2}x + 3$; $g(x) = x^2$ et $h(x) = \dfrac{3x - 6}{x + 2}$

a) Déterminer l'image de -2 par la fonction $g \circ f$.

b) Déterminer l'expression fonctionnelle de la fonction $g \circ f$.

c) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h .

d) Déterminer l'équation de l'asymptote verticale, ainsi que celle de l'asymptote horizontale de la fonction h .

e) Déterminer le zéro de h .

f) Établir le tableau des signes de la fonction h .

g) Esquisser le graphe de la fonction h . (Unité sur les deux axes: 1 carreau.)

h) Tracer le graphe de la fonction f dans le même graphique.

i) Déterminer par calcul les coordonnées des points d'intersection des deux graphes.

j) Déterminer par calcul la fonction réciproque de h .

3) **Fonctions du deuxième degré.**

Un agriculteur, passionné des mathématiques, a trouvé une fonction qui donne le nombre de campagnoles sur la surface de 100m^2 de pâturage en fonction du temps t (en années) depuis le début d'une période de forte propagation ($t = 0$):

$$f(t) = -t^2 + 14t + 5 \qquad (0 \leq t \leq 14)$$

a) Après combien d'années le nombre de campagnoles sera-t-il maximal?
Quelle est cette quantité maximale?

b) Pendant combien d'années la quantité de campagnoles sera-t-elle supérieure ou égale à 50?

c) Établir un graphique de la fonction f.

4) **Intérêts composés et dépréciation:**

a) Pendant combien d'années faudrait-il placer 7000 fr. au taux d'intérêt de 2,5% (intérêts composés annuellement) jusqu'à ce qu'il ait augmenté de 50% ?

b) 3000 fr. sont placés sur un compte d'épargne (taux d'intérêt fixe, intérêts composés annuellement). Après 10 ans le solde du compte s'élève à 4031,75 fr.
Quel est le taux d'intérêt?

c) Une machine, dont la valeur à neuf s'éleve à 100'000 fr., perd chaque année 20% de sa valeur.
Quel est la valeur de cette machine 7 années après la date de l'acquisition?

d) Un capital a été placé pendant 2 ans à 3,5%, pendant une année à 3% et pendant 10 ans à 2,5% . (Intérêts composés annuellement). Ce capital s'élève aujourd'hui à 7309,15 fr.
Quel était le capital initial?

e) Géraldine verse chaque année le 1 janvier le montant de 500 fr. sur un compte d'épargne. Les intérêts sont composés annuellement et le taux d'intérêt est de 2%.
Quel est le capital qu'elle aura accumulé sur son compte le 31 décembre de la dixième année de ces versements?

5) **Programmation linéaire.**

Un atelier de confection fabrique en série deux modèles de chemises: Le modèle „deluxe“ et le modèle „standard“.
Une chemise „deluxe“ nécessite 1,5 mètres de tissu et 1 heure de travail.
Une chemise „standard“ nécessite 1 mètre de tissu et 2 heures de travail.
L’atelier dispose quotidiennement de 45 mètres de tissu et de 60 heures de travail.
Pour des raisons de qualité, le nombre total de chemises produites par jour ne doit pas dépasser 35.
Une chemise „deluxe“ est vendue à 160 € et une chemise „standard“ à 120 €.

a) Établir un système d’inéquations linéaires qui représente les contraintes.
(x: nombre de chemises „deluxe“ produites par jour,
y: nombre de chemises „standard“ produites par jour).
b) Résoudre graphiquement ce système d’inéquations.
c) Déterminer par calcul les coordonnées des sommets du polygone des contraintes.
d) Combien de chemises de chaque sorte l’atelier doit-il produire par jour pour que les recettes soient maximales? Quelles sont ces recettes maximales?
(Nous supposons que toutes les chemises fabriquées sont vendues.)