Ecole Supérieure de Commerce
Porrentruy

Maturité commerciale 2007
Voie longue

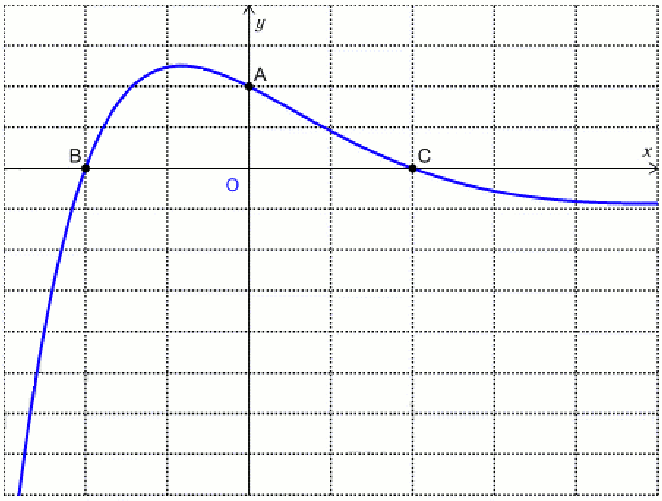
MATHEMATIQUES

• *Durée de l'examen : 3 heures.*
• *Calculatrice non programmable autorisée.*
• *Tous les problèmes ont le même poids. Note maximale (6) pour 5 problèmes justes.*
• *Formulaire de l'école à disposition.*
• *Les résultats non justifiés ou obtenus par tâtonnement ne seront pas pris en considération.*

Problème 1 : étude d'une fonction

La courbe ci-dessous est la représentation partielle de la fonction $f(x) = (1-x^2)\cdot e^{-x}$, dans un repère orthogonal du plan (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$). Rappel : $\vec{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

La courbe coupe l'ordonnée au point A et l'abscisse en B et C.



a. Calculez les coordonnées des points A, B et C.
b. Dessinez $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sur le dessin ci-dessus.
c. Calculez $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
d. Vérifiez par calculs que $f'(x) = (x^2 - 2x - 1)\cdot e^{-x}$
e. Etablissez le tableau de signes de $f'(x)$.
f. Calculez les coordonnées des points d'inflexion de $f(x)$.

Problème 2 : logarithmes et progressions

1. Résolvez : $\log(32x) + 5 = 3\cdot\log(x^2)$.

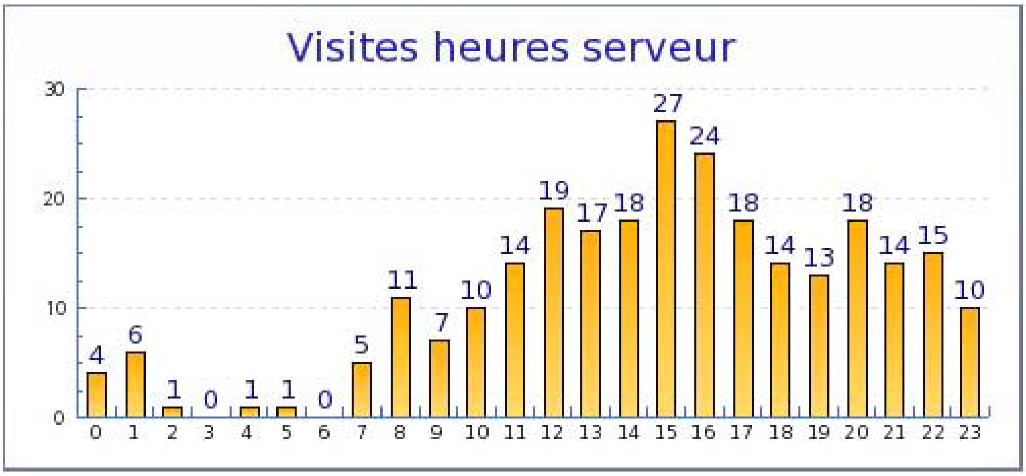
2. Lorsque vous placez un capital C à la banque, au taux d'intérêt annuel i, votre capital est accru chaque année des intérêts de l'année. Il s'élève donc :

au bout d'un an à $C_1 = C(1+i)$
au bout de deux ans à $C_2 = C_1(1+i) = C(1+i)^2$
etc.

a. Si vous placez 3300 CHF le 1er janvier 2008 à un taux d'intérêt de 1.8%, quel sera votre capital le 1er janvier 2040 ?
b. Un 1er janvier, vous constatez que votre capital se monte à 10'336.45 CHF. En quelle année êtes-vous ?

Problème 3 : statistiques

Le 2 avril 2007, 267 personnes ont visité un site web. On a relevé le nombre de visites par heure, que l'on a reporté sur le graphique ci-dessous :



a. Calculez le nombre moyen de visites par heure, ainsi que l'écart-type.
b. 1) Dessinez le polygone des fréquences cumulées.
2) Déterminez la médiane par graphique, puis calculez la valeur exacte de la médiane.
3) Déterminez le pourcentage de visites entre 12h et 18 h.
c. Donnez (en heures, minutes et secondes) l'instant théorique où le site est le plus fréquenté.

Problème 4 : fonctions et optimisation

Vous prévoyez de faire un voyage en voiture de 4 jours aux Etats-Unis. Il y a deux options pour louer une voiture. Première option : 29.95$ par jour, les 200 premiers kilomètres étant compris, et 0.25$ pour chaque km supplémentaire. Deuxième option : 39.95$ par jour, plus 0.15$ par km.

a. Quel est le coût d'un voyage de 500 km pour chacune des deux options ?
b. Etablissez les fonctions coût de chacune des options pour un voyage de 4 jours, et représentez sur un même graphique ces deux fonctions.
c. Déterminez quelle est la meilleure des deux options selon le nombre de km parcourus.

Le nombre M de km que peut parcourir une voiture avec 4 litres d'essence à la vitesse de v km/h est donnée par $M = -\frac{1}{48}v^2 + \frac{5}{2}v$ pour $0 < v < 120$.

d. Déterminez la vitesse qui permet d'aller le plus loin possible.
e. Déterminez la plus grande valeur de M.

Problème 5 : programmation linéaire

Une manufacture fabrique deux produits conformément au tableau suivant :

	Temps de moulage	Temps de peinture	Temps de finition	Profits
Produit A	3 heures	4 heures	1 heure	20 CHF
Produit B	3 heures	2 heures	2 heures	30 CHF

Chaque semaine comprend 210 heures de moulage, 200 heures de peinture et 120 heures de finition. Le service de l'expédition ne peut traiter que 40 unités du produit A par semaine, mais il peut traiter un nombre illimité d'unités du produit B.
En supposant que toutes les unités fabriquées seront vendues, combien la manufacture doit-elle produire de produits A et B par semaine pour maximiser son profit ? Quel est le profit maximum ?