

MATHEMATIQUES

- durée de l'examen : 3 heures
- calculatrice non programmable autorisée
- tous les problèmes ont le même poids
- formulaire de l'école à disposition
- les résultats non justifiés ou obtenus par tâtonnement ne seront pas pris en considération

Exercice 1. Dérivée

Déterminer le signe de la dérivée première de $f(x) = \frac{(x-3)^2}{(2x+5)^3}$

Exercice 2. Progressions, logarithmes

2.1. Trois personnes André, Béatrice et Claude ont placé de l'argent (taux annuel en vigueur : $3\frac{1}{2}\%$, intérêts composés).

André a placé chaque 1^{er} janvier, la première fois le 1^{er} janvier 1996, la dernière fois le 1^{er} janvier 2002, 5'350 francs.

Béatrice a placé une somme x le 1^{er} janvier 1996.

Claude a placé 10'000 francs le 1^{er} janvier 1996 et le 1^{er} janvier 1997, puis une somme y chaque 1^{er} janvier 1998, 1999, 2000, 2001 et 2002.

Calculer le capital d'André au 31 décembre 2002.

Calculer les sommes x et y pour que ces trois personnes aient le même capital au 31 décembre 2002.

2.2. Résoudre l'équation : $\log(5) - 1 = \log(2x^2) - 2\log(2x - 3)$

Exercice 3. Statistique

Le nombre de travailleurs dans l'industrie est donné par :

Ages	Effectifs en (milliers)
[15 - 20]	100
[20 - 25]	139
[25 - 30]	135
[30 - 35]	148
[35 - 40]	146
[40 - 45]	130
[45 - 50]	121
[50 - 55]	104
[55 - 60]	20
[60 - 65]	9

Calculer l'âge moyen et l'âge médian des travailleurs de l'industrie.

Calculer l'écart-type.

Calculer le nombre de travailleurs dont l'âge est situé entre l'âge moyen moins 11 ans et l'âge moyen plus 11 ans.

Exercice 4. Programmation linéaire

Une petite entreprise de confection est équipée pour produire un modèle de blouse et un modèle de pantalons, faits du même tissu acheté au mètre. Une analyse a permis de dégager les éléments suivants :

- Une blouse nécessite 1,20 m de tissu et 1 h 12 min de travail.
- Un pantalon nécessite 1,50 m de tissu et 48 min de travail.
- L'atelier reçoit chaque jour 105 m de tissu de son fournisseur.
- Le nombre d'heures de travail que peuvent fournir les employés ne peut excéder 84 h par jour.

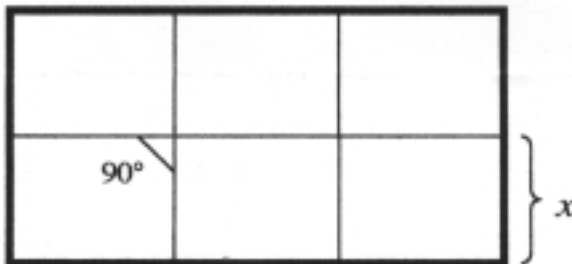
Le but étant de faire le plus gros chiffre d'affaire journalier, déterminer si les deux articles doivent être produits et en quelles quantités, et calculer le montant du chiffre d'affaire probable dans les deux situations suivantes :

Cas 1 : une blouse peut être vendue 65 francs et un pantalon 80 francs.

Cas 2 : une blouse peut être vendue 54 francs et un pantalon 72 francs.

Exercice 5. Mise en équation, fonction du deuxième degré, asymptotes

5.1. Un paysan veut utiliser 2400 m de fil de fer barbelé pour délimiter un grand rectangle de pâturage partagé en 6 parcelles de mêmes dimensions. Les clôtures intérieures seront constituées d'un simple fil de fer (I) tandis que les clôtures extérieures seront constituées de 2 fils de fer (II), selon le schéma suivant :



5.1.1 Le paysan désire que chacun des enclos soit carré; quelle doit être la longueur du côté de chaque enclos ?

5.1.2 Après réflexion, le paysan préfère avoir des enclos rectangulaires, mais de plus grande surface possible.

Montrer que la surface de chaque enclos peut s'exprimer par la fonction

$$S(x) = -\frac{4}{5}x^2 + 160x, \text{ où } x \text{ est la dimension indiquée sur le schéma.}$$

Pour quelle valeur de x cette surface est-elle maximale ? Quelles sont alors les dimensions d'une parcelle ?

5.2. Déterminer toutes les asymptotes de la fonction $f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + 3x - 1}{x^2 - 5x + 6}$