École supérieure de Commerce
Porrentruy

Maturité commerciale 2007

MATHÉMATIQUES

- temps à disposition : 3 heures
- note maximale (6) pour 5 problèmes justes
- tous les exercices ont le même poids
- machine à calculer (non graphique et non programmable) autorisée
- extrait des “Formulaires et Tables” à disposition
- les résultats non justifiés ou obtenus par tâtonnement ne seront pas pris en considération

---

Problème 1

Le 2 avril 2007, on a relevé le nombre de visites par tranche de quatre heures sur un site web, qu'on a reporté dans le tableau suivant.

Heures	$[0,4[$	$[4,8[$	$[8,12[$	$[12,16[$	$[16,20[$	$[20,24[$
Effectifs	20	10	50	90	60	50

1. Présenter un tableau complet permettant de calculer la moyenne $\overline{x}$ et l'écart type σ, et y indiquer aussi les effectifs cumulés.

   Calculer alors $\overline{x}$ et σ sans utiliser les touches statistiques de la calculatrice.
2. Dessiner le polygone des effectifs cumulés (unités : pour les heures, 1 classe, donc 4 heures : 2 carrés ; pour les effectifs, 20 visiteurs : 1 carré).
3. Déterminer graphiquement la médiane, puis la calculer de manière plus exacte (par interpolation linéaire). Quelle est sa signification pour cette distribution ?
4. Déterminer, à l'aide du graphique, le pourcentage de visites effectuées entre 10 et 18 heures.

Problème 2

Vous prévoyez de faire un voyage en voiture de 4 jours aux États-Unis. Il y a deux options pour louer une voiture. Première option : 29.95\$ par jour, les 200 premiers kilomètres étant compris, et 0.25\$ pour chaque kilomètre supplémentaire. Deuxième option : 39.95\$ par jour, plus 0.15\$ par kilomètre.

1. Quel est le coût d'un voyage de 500 kilomètres pour chacune des deux options ?
2. Établissez les fonctions coût de chacune des options pour un voyage de 4 jours, et représentez sur un même graphique ces deux fonctions.
3. Déterminer quelle est la meilleure des deux options selon le nombre de kilomètres parcourus.

Le nombre M de kilomètres que peut parcourir une voiture avec quatre litres d'essence à la vitesse de x km/h est donnée, pour x entre 0 et 120, par :

$$M(x) = -\frac{1}{48}x^2 + \frac{5}{2}x$$

4. Déterminer la vitesse qui permet d'aller le plus loin possible.
5. Déterminer la plus grande valeur de M.

(suite au verso)

Problème 3

1. Résoudre l'équation $\log(x+4)+\log(x)=\log(2x^3+2x+1)-\log(2x)$.

2. On considère trois méthodes de placement à un taux d'intérêt annuel de 1.8% :

   (a) Vous placez 26′000 CHF le 1^er^ janvier 2008.

   (b) Vous placez 15′000 CHF le 1^er^ janvier 2010 et 15′000 CHF le 1^er^ janvier 2015.

   (c) Chaque 1^er^ janvier, à partir du 1^er^ janvier 2008 y compris, vous placez 2′300 CHF.

   Quelle est la méthode de placement qui donnera le capital le plus élevé au 1^er^ janvier 2020 (on compte l'éventuel versement ayant eu lieu ce jour-ci) ? Combien aurait-il fallu placer au 1^er^ janvier 2001 pour avoir un placement équivalent ?

Problème 4

Une manufacture fabrique deux produits conformément au tableau suivant :

	Temps de moulage	Temps de peinture	Temps de finition	Profits
Produit A	3 heures	4 heures	1 heure	20 CHF
Produit B	3 heures	2 heures	2 heures	30 CHF

Chaque semaine comprend 210 heures de moulage, 200 heures de peinture et 120 heures de finition au maximum. Le service de l'expédition ne peut traiter que 40 unités du produit A par semaine, mais il peut traiter un nombre illimité d'unités du produit B.

En supposant que toutes les unités fabriquées seront vendues, combien la manufacture devrait-elle produire d'unités des produits A et B pour maximiser son profit ? Quel serait le profit maximum ?

Problème 5

Huit cartes sont cachées dans un sac. Ces cartes sont les suivantes :

$\boxed{+5}$ $\boxed{+10}$ $\boxed{+10}$ $\boxed{+10}$ $\boxed{+20}$ $\boxed{+20}$ $\boxed{+50}$ $\boxed{-100}$

Voici trois jeux différents que l'on peut faire avec ces cartes.

1. Un joueur tire, une après l'autre, 3 cartes. On regarde la somme des nombres tirés. Calculer les probabilités suivantes.

   A : la somme des nombres sur les trois cartes vaut 30.
   B : la somme des nombres sur les trois cartes vaut 75.
   C : la somme des nombres sur les trois cartes vaut 80.

2. Le joueur tire une seule carte. Le nombre inscrit sur la carte se transforme en argent. Par exemple, si le joueur tire la carte $\boxed{+5}$, il gagne 5 CHF ; s'il tire la carte $\boxed{-100}$, il perd 100 CHF.

   Calculer l'espérance de gain d'un tel jeu. Le joueur aurait-il intérêt à jouer à ce jeu ?

3. Dès qu'il a tiré une carte, le joueur la remet dans le sac et secoue le sac.

   Combien de fois, au maximum, le joueur peut-il tirer une carte pour avoir moins d'une chance sur deux de tomber au moins une fois sur la carte $\boxed{-100}$?