

## MATHÉMATIQUES

Temps à disposition : 3 heures

Note maximale (6) pour 5 problèmes justes

Tous les problèmes ont le même poids

Les résultats non justifiés ou obtenus par tâtonnement ne seront pas pris en considération

Formulaire de l'école à disposition

Calculatrice non graphique et non programmable autorisée

### 1. Programmation linéaire

Une entreprise artisanale fabrique deux types de jouets en bois appelés *A* et *B*.

Un jouet *A* nécessite une demi-heure de travail et 3 kg de bois.

Un jouet *B* nécessite une heure de travail et 2 kg de bois.

L'entreprise dispose quotidiennement de 48 kg de bois et le temps de travail pouvant être fourni est d'au plus 16 heures par jour. Les machines à disposition ne permettent pas de fabriquer plus de 12 jouets de type *A* et 14 jouets de type *B*. La vente d'un jouet *A* rapporte un bénéfice de CHF 80.- et celle d'un jouet *B* un bénéfice de CHF 120.-.

1. Écrire un système d'inéquations qui décrit l'ensemble des contraintes de production.
2. Représenter graphiquement (hachurer) le domaine du plan correspondant aux solutions de ce système.
3. Déterminer le nombre de jouets de chaque type à fabriquer quotidiennement pour obtenir un bénéfice maximal et calculer ce bénéfice.

### 2. Statistiques

Une machine remplit automatiquement des paquets de café marqués 2 kg (= 2000 g). On pèse les 130 paquets d'un carton prêt à être expédié. Les résultats suivants sont obtenus.

Poids en g	[1900 ; 1960[	[1960 ; 2020[	[2020 ; 2080[	[2080 ; 2140[	[2140 ; 2200[
Effectif	11	32	46	36	5

1. Dessiner le polygone des effectifs cumulés croissants.  
Unités : 2 carreaux (= 1 cm) = 5 paquets pour les effectifs et 1 carreau = 10 g pour les poids.
2. Déterminer graphiquement la médiane de la distribution, puis calculer sa valeur exacte. Donner l'interprétation de la médiane dans la situation présente.
3. A l'aide de votre calculatrice ou à la main, calculer la moyenne  $\bar{x}$  et l'écart-type  $\sigma$  de cette distribution (arrondir au gramme).
4. Utiliser le graphique pour déterminer le nombre de paquets qui ont un poids dans l'intervalle  $I = ]\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma [$ .
5. La machine est considérée comme bien réglée si la moyenne est comprise entre 1980 g et 2050 g, et si au moins 66% des paquets ont un poids dans l'intervalle *I*. Est-elle dérégulée ?

Suite au verso

### 3. Probabilités

Une urne contient 8 boules rouges, 5 boules vertes et 1 boule bleue. On extrait simultanément 3 boules de l'urne. Considérons les événements suivants :

$A$  : l'échantillon contient 3 boules de couleurs différentes

$B$  : l'échantillon contient 3 boules de la même couleur

$C$  : l'échantillon contient au moins une boule rouge

$D$  : l'échantillon contient la boule bleue

1. Calculer  $p(A)$ ,  $p(B)$ ,  $p(C)$ ,  $p(D)$  et  $p(C \cup D)$ .
2. On imagine un jeu où l'on gagne 10 francs si les boules tirées sont toutes de la même couleur et 20 francs si elles sont de trois couleurs différentes. Quel est le plus grand montant qu'un joueur peut miser s'il veut que le jeu lui soit toujours favorable?

### 4. Mathématiques financières

Madame Cordonbleu désire faire l'acquisition d'un appareil ménager coûtant CHF 3'415.-. Deux variantes de paiement préférentiel sont proposées.

Variante A : Un versement comptant de CHF 1'500.- et 4 annuités de CHF 480.-, la première une année après l'achat.

Variante B : Six annuités de CHF 600.-, la première dans une année.

Le taux en vigueur est de 4%.

1. a) Laquelle des deux variantes est la plus favorable à Madame Cordonbleu ?  
b) En quoi ces variantes sont-elles préférentielles ?  
c) Si le vendeur s'en était tenu au taux en vigueur et au prix coûtant de l'appareil, quel devrait être le montant de chacune des six annuités de la variante B ?
2. Madame Cordonbleu a versé sur son compte 6 montants annuels de CHF 500.-, le dernier il y a exactement une année. La somme épargnée suffirait-elle pour acheter l'appareil au comptant ?
3. Madame Cordonbleu, ne désirant pas utiliser son épargne tout de suite, a négocié de pouvoir payer CHF 3'600.- en une seule fois. Dans combien de temps (années, mois, jours) Madame Cordonbleu devra-t-elle s'acquitter de ce montant compte tenu du taux en vigueur ?
4. Finalement, Madame Cordonbleu peut verser CHF 3'600.- dans exactement 2 ans. Calculer le taux correspondant à cette opération.

### 5. Droites et paraboles

Soit les points  $A(-2; 4)$  et  $B(4; 1)$ , ainsi que la parabole  $P$  d'équation  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 1$ .

1. Déterminer l'équation de la droite  $d$  passant par les points  $A$  et  $B$ .
2. Calculer les coordonnées du sommet  $S$  de la parabole ainsi que les coordonnées des points d'intersection de  $P$  avec les axes  $Ox$  et  $Oy$ .
3. Représenter dans le même système d'axes la droite  $d$  et la parabole  $P$ .  
Unité : 2 carreaux.
4. Calculer l'écart entre  $d$  et  $P$  sur la verticale  $x = 1$ .
5. Vérifier que les points  $C(2; -5)$  et  $D(5; -6.5)$  sont sur la parabole  $P$ . La corde  $[CD]$  est-elle parallèle à la droite  $d$  ?