

MATHEMATIQUE

-
-
- durée de l'examen : 3 heures
 - calculatrice agréée autorisée
 - formulaire de l'école à disposition
 - tous les problèmes ont le même poids
 - les résultats non justifiés ou obtenus par tâtonnement ne seront pas pris en considération
-
-

Problème 1

Un entrepreneur s'intéresse à la durée de la pause matinale de ses employés. Officiellement, elle est de 20 minutes. Il relève les durées suivantes (indiquées en minutes) :

12	16	8	22	24	19	18	21	16	18
4	6	19	20	18	25	8	4	20	10
17	15	18	27	12	8	9	26	19	17
15	34	15	16	10	28	25	14	23	14

a. Traitement discret :

- a₁ Combien d'employés dépassent la durée officielle de la pause ?
- a₂ À l'aide des touches de statistique de la calculatrice, déterminer la durée moyenne de la pause, ainsi que l'écart-type.
- a₃ Indiquer le mode et la médiane de cette distribution.

b. Traitement continu :

- b₁ Grouper les données en 7 classes, étalées sur l'intervalle [1,5 ; 36,5 [.
Présenter un tableau qui permette de déterminer les diverses caractéristiques.
- b₂ Dessiner, dans le même système d'axes, l'histogramme des effectifs (ou des fréquences, à choix) ainsi que le polygone des effectifs cumulés (ou des fréquences cumulées).

À l'aide des résultats précédents, répondre aux questions suivantes :

- b₃ Calculer la moyenne et l'écart-type de cette distribution.
- b₄ Déterminer la médiane (avec interpolation linéaire) et le mode (sans interpolation) de cette distribution.

Problème 2

a. Résoudre l'équation : $2 \log(x + 2) - \log(1 - 3x) = 2 + \log(1 - x)$

b. Résoudre l'inéquation : $\frac{2x + 7}{x - 1} \leq 1 - \frac{x}{x + 1}$

Problème 3

Le jour du marché annuel des paysans, qui a toujours lieu le 7 juin, Marcel a acheté l'année passée une herse pour 4'800.- (prix en 2003) . Aujourd'hui, il vient d'acheter divers outils pour un montant total de 3'242.10 et il a commandé pour 2006 un tracteur d'occasion pour 17'500.- (prix en 2006) chez le même vendeur. Marcel n'a encore rien payé de ces trois achats. Aujourd'hui, le vendeur lui propose divers modes de paiement :

- Soit qu'il paie aujourd'hui 10'000.- et le montant restant des trois achats au marché de l'an prochain.
- Soit qu'il effectue cinq versements annuels égaux, le premier aujourd'hui, pour couvrir les trois achats.
- Soit que Marcel paie le tout le jour de l'échéance moyenne.
Le vendeur lui accordera alors un rabais de 1 %.

Calculer pour la variante

- le montant restant que Marcel va devoir rembourser dans une année
- le montant de chaque versement
- la date de l'échéance moyenne ainsi que le montant à verser par Marcel.

Le taux annuel des intérêts composés est constant entre 2000 et 2015. Il est de 4,25 %.

Problème 4

Une partie de jeu consiste à tirer d'un coup, les yeux fermés, 4 cartes d'un jeu ordinaire de 36 cartes. On obtient ainsi par exemple le résultat : le roi de pique, le dix de trèfle, le six de cœur et l'as de pique.

- Combien de résultats différents peut-on obtenir ?
- Parmi tous les résultats possibles, combien comptent exactement deux as ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un as ?
- Pour oser jouer une partie, Jules doit verser une mise de X francs.

S'il obtient exactement

1 as,	il gagne	1.- ,
2 as,	il gagne	22.- ,
3 as,	il gagne	333.- ,
4 as,	il gagne	4'444.- .

Quelle doit être la valeur de X (arrondie à 5 centimes près) pour que le jeu soit équitable ?

Problème 5

Pour pouvoir ouvrir une agence de location dans une station, un agent immobilier veut acheter des appartements. Il dispose immédiatement de 375'000.- .

Il louera deux types d'appartements : des studios et des 3-pièces.

Pour que l'engagement d'une secrétaire soit rentable, il faudra qu'il dispose d'au moins 20 appartements. Pour les nettoyages, des villageoises pourront lui fournir au maximum 46 heures de travail chaque samedi. Les expériences d'autres agences de location montrent qu'il faut offrir au moins autant de 3-pièces que de studios, mais au moins deux studios pour trois 3-pièces.

Chaque studio et chaque 3-pièces demandent des fonds propres de 15'000.- . Les nettoyages hebdomadaires d'un studio demandent une heure, ceux d'un 3-pièces 2 ½ heures. Les intérêts annuels que l'agent immobilier devra à sa banque s'élèveront à 4'000.- pour un studio et à 7'500.- pour un 3-pièces.

Grâce à la location, il s'attend à gagner pour un studio 5'000.- et pour un 3-pièces 9'000.- par an, tous frais déduits.

- Combien de studios et combien de 3-pièces l'agent devrait-il acheter pour que son entreprise soit la plus rentable possible ?
- À quel gain annuel peut-il alors s'attendre ?