

## MATHÉMATIQUES

- durée de l'examen : 3 heures
- calculatrice agréée autorisée
- tous les problèmes ont le même poids
- formulaire de l'école à disposition
- les résultats non justifiés ou obtenus par tâtonnement ne seront pas pris en considération

### **Exercice 1. Système, équation logarithmique**

$$2 \frac{3x-1}{3} = 2 - 3(y+1)$$

1.1. Résoudre le système :

$$x - 3 \frac{y+1}{2} = 0$$

1.2. Résoudre l'équation :  $\log(5) - \log(2x^2) = 1 - 2 \log(2x - 3)$

### **Exercice 2. Mathématiques financières**

Mélanie désire faire l'acquisition d'une harpe classique d'une valeur de CHF 35'000.-. Plusieurs modes de paiement lui sont proposés :

- A : La totalité le jour de l'achat, avec un escompte de 2%.
- B : La moitié le jour de l'achat, et CHF 18'500.- dans deux ans et demi.
- C : Sept versements annuels de CHF 5'410.-, le premier le jour de l'achat.
- D : Deux versements de CHF 10'000.-, le premier le jour de l'achat et le deuxième dans une année, puis dès la deuxième année cinq versements annuels de CHF 3'450.-.

Le taux annuel en vigueur étant de  $3\frac{1}{2}\%$ , quelle est la variante la plus avantageuse pour Mélanie ?

### **Exercice 3. Analyse combinatoire, probabilités**

Pour former un code secret, Pierre utilise un programme de son ordinateur qui lui donne au hasard la lettre *A*, *B* ou *C*. Il actionne six fois son programme et obtient ainsi un code de longueur 6. Par exemple *BAACCA* est un code que Pierre peut obtenir.

- 3.1. Combien de codes différents peuvent être générés ?
- 3.2. Calculer la probabilité d'obtenir le code *AAAAAA*.
- 3.3. Calculer la probabilité d'obtenir un code comportant au moins une fois la lettre *B*.
- 3.4. Calculer la probabilité d'obtenir un code qui comporte exactement 4 fois la lettre *C*.

Pierre propose un jeu à Jean : pour une mise de 2 francs, Jean fabrique un code à l'aide de l'ordinateur de Pierre. Si le code est *AAAAAA*, Pierre donne 100 francs à Jean. Si le code comporte au moins une fois la lettre *B*, Pierre donne 2 francs à Jean. Dans les autres cas, Pierre ne donne rien à Jean.

3.5. Calculer l'espérance de gain de Jean et en déduire qui est favorisé par le jeu.

#### **Exercice 4. Programmation linéaire**

Une petite entreprise de confection est équipée pour produire un modèle de blouse et un modèle de pantalon, faits du même tissu acheté au mètre. Une analyse a permis de dégager les éléments suivants :

- Une blouse nécessite 1,20 m de tissu et 1 h 12 min de travail.
- Un pantalon nécessite 1,50 m de tissu et 48 min de travail.
- L'atelier reçoit chaque jour 105 m de tissu de son fournisseur.
- Le temps de travail que peuvent fournir les employés ne peut excéder 84 h par jour.

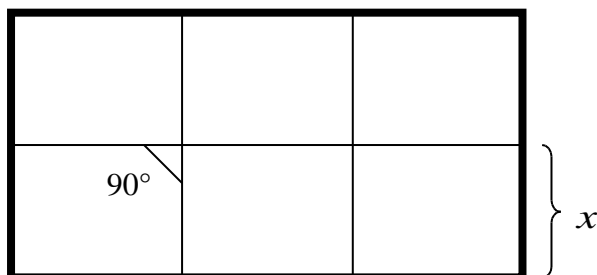
Le but étant de faire le plus gros chiffre d'affaire journalier, déterminer si les deux articles doivent être produits et en quelles quantités, et calculer alors le montant du chiffre d'affaire correspondant dans les deux situations suivantes :

Cas 1 : une blouse peut être vendue 68 francs et un pantalon 80 francs.

Cas 2 : une blouse peut être vendue 54 francs et un pantalon 72 francs.

#### **Exercice 5. Mise en équation, fonction du deuxième degré**

Un paysan veut utiliser 2400 m de fil de fer barbelé pour délimiter un grand rectangle de pâture partagé en 6 parcelles de mêmes dimensions. Les clôtures intérieures seront constituées d'un simple fil de fer ( | ) tandis que les clôtures extérieures seront constituées de 2 fils de fer ( || ), selon le schéma suivant :



5.1. Si le paysan désire que chacun des enclos soit carré, quelle doit être la longueur du côté de chaque enclos ?

5.2. Après réflexion, ce paysan préfère avoir des enclos rectangulaires, mais de plus grande surface possible.

5.2.1. Montrer que la surface de chaque enclos peut s'exprimer par la fonction

$$S(x) = -\frac{4}{5}x^2 + 160x, \text{ où } x \text{ est la dimension indiquée sur le schéma.}$$

5.2.2. Pour quelle valeur de  $x$  cette surface est-elle maximale ? Quelles sont alors les dimensions d'une parcelle ?