

Ecole de commerce Delémont

Examens de maturité commerciale 2008

Filière voie longue

MATHEMATIQUES

Directives

- *Toutes les feuilles, y compris les feuilles de brouillon, doivent être rendues avec le nom du candidat. Les feuilles de données doivent également être rendues à la fin de l'examen.*
- *Chaque problème doit commencer **sur une nouvelle page**.*
La présentation des solutions sera prise en compte.
- *Les problèmes peuvent être résolus dans n'importe quel ordre, pour autant que les numéros soient clairement indiqués.*
- *Tous les calculs et raisonnements doivent figurer sur la copie définitive.*
Une réponse non justifiée ne sera pas prise en considération.
- *Le formulaire de l'école, ainsi qu'une calculatrice sans écran graphique et non programmable sont autorisés.*
- *La durée de l'examen est de 3 heures.*

Dotation des problèmes

<i>Problème 1:</i>	<i>24 points</i>	<i>Problème 4:</i>	<i>28 points</i>
<i>Problème 2:</i>	<i>42 points</i>	<i>Problème 5:</i>	<i>16 points</i>
<i>Problème 3:</i>	<i>22 points</i>		

Problème 1 Programmation linéaire

Jocelyne est passionnée par les vieux jouets en bois. Possédant passablement de temps libre, elle décide de se lancer dans la réalisation de tels jouets en fabriquant des camions et des tracteurs.

La fabrication d'un tracteur demande 200 grammes de bois précieux, 4 roues et 20 heures de travail.

La fabrication d'un camion demande 100 grammes de bois précieux, 8 roues et 20 heures de travail.

Pour une année, elle a sa disposition 4 kg de bois précieux, 200 roues et 560 heures de travail.

On sait de plus qu'un tracteur lui procure un bénéfice de 40.- alors que celui d'un camion n'est que de 30.-,

- a) Décrire chacune des contraintes de ce problème à l'aide d'une inéquation (**attention aux unités!**).
- b) Représenter ces contraintes dans un système d'axes orthonormés et indiquer clairement la zone des solutions possibles.
- c) Déterminer graphiquement le nombre de jouets de chaque type que Jocelyne doit fabriquer pour escompter un bénéfice maximal.
- d) Vérifier algébriquement cette solution et donner la valeur de ce bénéfice.

Problème 2 Etude de fonction

Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 1}$

- a) Déterminer le domaine de définition de $f(x)$.
- b) Déterminer la parité de $f(x)$.
- c) Déterminer les zéros de $f(x)$ et faire un tableau des signes de $f(x)$.
- d) Déterminer toutes les asymptotes de $f(x)$.
- e) Calculer la dérivée de $f(x)$ et faire un tableau des signes de $f'(x)$ afin de déterminer la croissance et les éventuels extrema de $f(x)$.
- f) Calculer la dérivée seconde de $f(x)$ et faire un tableau des signes de $f''(x)$ afin de déterminer la concavité et les éventuels points d'inflexion de $f(x)$.
- g) Représenter graphiquement $f(x)$ dans un système d'axes orthogonaux en calculant quelques points pour plus de précision.

Problème 3 Géométrie plane

On donne les 3 points A(2;3), B(-4;-3) et C(8;-3).

- a) Déterminer les équations paramétriques des trois droites formant les côtés du triangle ABC.
- b) Déterminer **par calcul** la nature du triangle ABC (rectangle, isocèle, équilatéral ou quelconque).
- c) Calculer l'aire de ce triangle.
- d) Montrer que la médiatrice du segment AB a pour équation
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$
- e) Sachant que l'équation de la médiatrice du segment AC a pour équation cartésienne $-x+y+5=0$, calculer l'intersection de ces deux médiatrices pour en déduire le centre du cercle circonscrit au triangle.
- f) Déterminer l'équation du cercle circonscrit au triangle.

Remarque : si le centre et le rayon du cercle n'ont pas pu être calculés, décrire l'équation d'un cercle de centre (-1;4) passant par le point (5;2).

Problème 4 Problème technique

A) Résoudre les équations et inéquations

1) $x^4 - 3x^2 - 28 = 0$

2) $\sqrt{8x^2 - 7} - 2x = x + 1$

3) $8 \cdot 2^{2x} = 3 \cdot 3^{x+1}$

B) Calculer les limites

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^3 + 2x + 3}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\sin(x)}$

C) Les suites

Une entreprise établit un classement de ses 50 meilleurs collaborateurs pour l'année 2008. Chaque collaborateur recevra 200.- de plus que celui qui le suit au classement. L'entreprise versera en tout 250'000.- de primes pour 2008.

- Les primes, de la plus petite à la plus grande, forment une suite. De quel type de suite s'agit-il ?
- Quelle prime recevra le dernier de ce classement (il reçoit la plus petite prime) ?
- Quelle prime recevra le premier de ce classement ?
- Quelle somme totale l'entreprise aurait-elle dû déboursier si elle avait récompensé ses 100 meilleurs collaborateurs suivant le même procédé, le dernier touchant la même somme que celle calculée sous le point b) ?

Problème 5 Fonctions exponentielles et logarithmiques

- A) Stéphanie a aujourd'hui 90'000.- sur son compte en banque.
- 1) Durant les 10 dernières années elle a bénéficié d'un taux d'intérêts (composés) annuel de 4,5%. Quel était son capital il y a 10 ans ?
 - 2) La banque décide de changer son taux. Stéphanie calcule que dans 5 ans sa fortune aura augmenté de 25'000. Quel est donc le nouveau taux d'intérêts proposé par la banque ?
 - 3) Le petit ami de Stéphanie a ses comptes déposés auprès d'une autre banque. Il possède entre autre 80'000.- placés à un taux de 6%.
Dans combien d'années pourra-t-il se vanter d'avoir autant d'argent sur son compte que sa petite amie ?
(Pour le compte de Stéphanie, prendre le taux d'intérêts trouvé sous le point 2. Si celui-ci n'a pas pu être calculé, prendre un taux de 4%.)
 - 4) Dans 5 ans, Stéphanie aura donc 115'000.- qu'elle dépensera intégralement pour acquérir une voiture de sport.
Le vendeur l'informe que la valeur de sa voiture subira une dépréciation annuelle de 10%.
Après combien d'années (à compter depuis l'achat de la voiture) la voiture aura-t-elle perdu 50% de sa valeur ?