

## MATHÉMATIQUES

- 
- temps à disposition : 3 heures
  - note maximale (6) pour 5 problèmes justes
  - tous les exercices ont le même poids
  - machine à calculer (non graphique et non programmable) autorisée
  - formulaire de l'école à disposition
  - les résultats non justifiés ou obtenus par tâtonnement ne seront pas pris en considération
- 

### Problème 1. Statistiques

Durant tout le mois d'avril, Louis et Marie ont joué deux fois par jour au *Scrabble*. Après chaque partie, ils ont noté le total des points obtenus ; à la fin du mois, ils ont regroupé les résultats dans le tableau suivant.

Nombre de points obtenus par partie	[600, 660[	[660, 720[	[720, 780[	[780, 840[	[840, 900[	[900, 960[
Nombre de parties	15	22	12	4	4	3

1. Présenter un tableau complet permettant de calculer la moyenne  $\bar{x}$  et l'écart type  $\sigma$ , et y indiquer aussi les effectifs cumulés.  
Calculer alors  $\bar{x}$  et  $\sigma$  sans utiliser les touches statistiques de la calculatrice.
2. Dessiner le polygone des effectifs cumulés.  
Unités : 1 carrés pour 15 points ; 1 carré pour 2 parties.
3. Déterminer graphiquement la médiane, puis la calculer de manière plus précise (par interpolation linéaire). Quelle est sa signification pour cette distribution ?
4. Utiliser le graphique des effectifs cumulés pour déterminer les valeurs nécessaires à la résolution des points suivants.
  - (a) Les scores réalisés durant le mois sont classés du meilleur au plus faible. Estimer le nombre de points obtenus lors de la partie classée 18<sup>e</sup>.
  - (b) Quel est le pourcentage de parties où Louis et Marie ont dépassé 760 points ?

### Problème 2. Mathématiques financières

François s'intéresse à un mobile-home d'une valeur de CHF 60 000.— le jour de l'achat. Le taux d'intérêt pour les crédits est fixé à  $2\frac{1}{2}\%$  par **semestre**. François a plusieurs options pour ne pas payer le véhicule comptant.

1. Il paie l'intégralité une année après le jour de l'achat. Quel sera le montant à payer ?
2. Il paie CHF 65 000.— en une seule fois. Combien de temps après le jour de l'achat devra-t-il effectuer ce paiement (années, mois, jours) ?
3. Il effectue deux versements égaux, le premier une année après le jour de l'achat et le second deux ans après le jour de l'achat. Quel sera le montant des versements ?
4. Il verse CHF 15 000.— au moment de l'achat et ensuite 10 annuités semestrielles égales, la première un semestre après l'achat. Déterminer le montant des annuités.
5. François propose une autre option qui consiste à verser 10 annuités semestrielles de CHF 6 600.—, la première au moment de l'achat. Le vendeur, qui ne favorise ni son patron ni l'acheteur, doit-il accepter cette nouvelle offre de financement ?

(suite au verso)

### Problème 3. Équations et inéquations

1. Trouver l'ensemble des solutions de l'inéquation  $\frac{2x^2 - 7x + 7}{(x + 1)(x - 2)} \leq 1$ .
2. Résoudre  $\log(2x^2 + x - 3) = 1 + \log(x - 1)$ .

### Problème 4. Programmation linéaire

Une commune veut équiper ses espaces verts de chaises, de tables et de bancs. Une société vend ces équipements à prix cassé, mais pas au détail ; elle propose des lots  $A$  qui comprennent 10 chaises, 1 table et 1 banc pour CHF 300.— et des lots  $B$  qui comprennent 5 chaises, 1 table et 3 bancs pour CHF 450.—. Les besoins de la commune sont d'au moins 100 chaises, 16 tables et 30 bancs.

Combien de lots de chaque type la commune doit-elle acheter pour que son investissement soit minimal ?

Les points ci-dessous sont obligatoires.

1. Définition exacte des variables utilisées.
2. Définition de la fonction à optimiser.
3. Liste de toutes les contraintes.
4. Représentation graphique du domaine des valeurs qui satisfont les contraintes.

### Problème 5. Probabilités

1. Paul peut se rendre sur son lieu de vacances en voiture ou en avion. Joueur, il choisira son moyen de transport à pile ou face. En lisant le journal, il apprend qu'il y a une chance sur 100 qu'il soit bloqué à l'aéroport à cause d'une grève qui durera une semaine. En consultant des statistiques sur Internet, il se rend compte qu'il a une chance sur 25 d'avoir une panne mécanique avec sa voiture. Or, une panne sur 3 est réparable immédiatement, et dans le cas contraire, la réparation dure une semaine.

- (a) Dessiner l'arbre de probabilités correspondant à cette situation.
- (b) Calculer la probabilité que Paul perde une semaine de vacances.
- (c) Calculer la probabilité que Paul ne perde pas une semaine de vacances sachant qu'il a pris la voiture.

2. Paul a finalement décidé de prendre l'avion. Dans l'avion, il rencontre Léa qui lui propose un jeu : un jeton bien équilibré est lancé 3 fois de suite. Sur une face de ce jeton se trouve le nombre 1 ; sur l'autre face se trouve le nombre 2. Après le dernier lancer, si le jeton montre 1, Paul doit donner à Léa une somme d'argent égale en francs à la somme des valeurs montrées par le jeton lors de chacun des 3 lancers ; si le jeton montre 2, alors c'est Léa qui paie cette somme à Paul.

Par exemple, si les trois lancers donnent (2; 1; 2), alors Léa donne 5 francs à Paul ; si les lancers donnent (2; 1; 1), alors Paul donne 4 francs à Léa.

- (a) Quelle est la probabilité que Paul gagne 5 francs ?
- (b) Calculer l'espérance de gain de Paul. Le jeu est-il équilibré ?
- (c) Ils décident de jouer 5 fois de suite à ce jeu. Calculer la probabilité que Paul gagne trois fois 5 francs et que Léa gagne deux fois 3 francs.