

MATHÉMATIQUES

- temps à disposition : 3 heures
 - note maximale (6) pour 5 problèmes justes
 - tous les exercices ont le même poids
 - machine à calculer (non graphique et non programmable) autorisée
 - extrait des "Formulaires et Tables" à disposition
 - les résultats non justifiés ou obtenus par tâtonnement ne seront pas pris en considération
-

Problème 1 : analyse

Soit $f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 - 12x}{(x+1)(x-2)}$.

1. Indiquer le domaine de définition de f .
2. Résoudre $f(x) \leq 0$.
3. Établir les équations de toutes les asymptotes de f en calculant toutes les limites nécessaires.

Problème 2 : équations

1. Résoudre $2 \log(4-x) = 1 + \log(x^2 + 4x + 8)$.
2. Résoudre $\sqrt{x^2 + 25} = 11 - 2x$.

Problème 3 : géométrie analytique

Dans un repère orthonormé, on donne le triangle ABC par $A(6; -3)$, $B(7; 4)$ et $C(0; 5)$.

1. Montrer par calculs que ce triangle est isocèle et rectangle en B .
2. Calculer la surface de ce triangle.
3. Trouver une représentation paramétrique de la médiane issue de A .
4. Établir l'équation cartésienne de la médiatrice du côté $[BC]$.
5. Écrire l'équation du cercle \mathcal{C} , circonscrit au triangle ABC .
6. Établir l'équation cartésienne de la droite t , tangente à \mathcal{C} en B .

Problème 4 : mathématiques financières et intérêts composés

François désire acheter un mobile-home d'une valeur de CHF 60 000 aujourd'hui (6 juin 2008). Pensant que le taux d'intérêt annuel restera fixé à $4\frac{3}{4}\%$ pendant plusieurs années, il hésite entre les options suivantes :

1. Payer l'intégralité dans exactement une année. Quel serait le montant à payer ?
2. Payer CHF 65 000 en une seule fois. Quelle serait l'échéance de ce paiement (jour, mois, année) ?
3. Effectuer deux versements égaux, le premier dans une année et le second dans deux ans. Quel serait le montant d'un de ces versements ?
4. Verser CHF 25 000 aujourd'hui, puis 5 annuités égales, la première dans un an. Calculer le montant d'une annuité.
5. Verser 5 annuités de CHF 12 000, la première aujourd'hui. Quelle somme lui resterait-il à payer aussitôt après le 5^e versement ?

Problème 5 : statistiques

Durant tout le mois d'avril, Louis et Marie ont joué deux fois par jour au *Scrabble*. Après chaque partie, ils ont noté le total des points obtenus ; à la fin du mois, ils ont regroupé les résultats dans la liste suivante :

Nombre de points obtenus par partie	[600, 660[[660, 720[[720, 780[[780, 840[[840, 900[[900, 960[
Nombre de parties correspondantes	15	22	12	4	4	3

1. Présenter un tableau complet permettant de calculer la moyenne \bar{x} et l'écart type σ , et y indiquer aussi les effectifs cumulés.
Calculer alors \bar{x} et σ sans utiliser les touches statistiques de la calculatrice.
2. Sans faire de dessin, indiquer la classe modale de cette distribution et justifier votre réponse.
3. Dessiner le polygone des effectifs cumulés.
Unités : 1 centimètre pour 20 points ; 2 centimètres pour 5 parties.
4. Déterminer graphiquement la médiane \tilde{x} , puis la calculer de manière plus précise (par interpolation linéaire). Quelle est sa signification pour cette distribution ?
Comparer les valeurs de \bar{x} et de \tilde{x} , et apporter un commentaire.
5. À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes :
 - (a) Quel est le pourcentage de parties où Louis et Marie ont dépassé 760 points ?
 - (b) Peut-on identifier la classe modale sur ce graphique ? Justifier votre réponse.